

**MATEMÁTICAS II**  
**ÁLGEBRA**  
**PROBLEMA 2**

**JUNIO 2010 B**

**Problema B.1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales que depende de los parámetros  $a, b$  y  $c$

$$\begin{cases} 2ax + by + z = 3c \\ 3x - 2by - 2cz = a \\ 5ax - 2y + cz = -4b \end{cases}$$

se pide:

a) Justificar razonadamente que para los valores de los parámetros  $a=0, b=-1$  y  $c=2$  el sistema es incompatible. (3 puntos).

b) Determinar razonadamente los valores de los parámetros  $a, b$  y  $c$ , para los que se verifica que  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  es solución del sistema. (4 puntos).

c) Justificar si la solución  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  del sistema del apartado b) es, o no, única. (3 puntos).

a)  $a=0 \quad b=-1 \quad c=2$

$$\rightarrow \begin{cases} -y + z = 6 \\ 3x + 2y - 4z = 0 \\ -2y + 2z = 4 \end{cases}$$

La primera y la tercera ecuación son contradictorias:

$$\left. \begin{array}{l} -y + z = 6 \\ -2y + 2z = 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} -2y + 2z = 12 \\ -2y + 2z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{S.I.}$$

b)  $(x, y, z) = (1, 2, 3) \rightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 3 = 3c \\ 3 - 4b - 6c = a \\ 5a - 4 + 3c = -4b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + 2b - 3c = -3 \\ -a - 4b - 6c = -3 \\ 5a + 4b + 3c = 4 \end{cases}$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & -3 \\ -1 & -4 & -6 & -3 \\ 5 & 4 & 3 & 4 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & -3 \\ 3 & 0 & -12 & -9 \\ 1 & 0 & 9 & 10 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -39 & -39 \\ 1 & 0 & 9 & 10 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} 2a + 2b - 3c = -3 \\ -39c = -39 \\ a + 9c = 10 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} c=1 &\rightarrow a=1 \\ \rightarrow 2+2b-3 &= -3 \rightarrow b=-1 \end{aligned}$$

c)  $a=1 \quad b=-1 \quad c=1$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \\ 5x - 2y + z = 4 \end{cases} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 1 \\ 5 & -2 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \end{array} \right)$$

$$\text{rg } A = \text{rg } A' = \text{r. inc.} = 3$$

Por Rouché: S.C.D. la solución será única.