

MATEMÁTICAS II
ÁLGEBRA
PROBLEMA 8

SEPTIEMBRE 2011 B

Problema B.1. Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T , y se sabe que T es una matriz cuadrada de 3 filas y

3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

- a) $\frac{1}{2}T$. (3 puntos).
- b) M^4 . (3 puntos).
- c) TM^3T^{-1} . (4 puntos).

a) $\left| \frac{1}{2}T \right| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} |T| = \frac{1}{8} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{8}$
 Secc $\frac{1}{2}$ de cada fila (o columna)

b) $|M^4| = |M|^4 = 6^4$

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

$|M^4| = |M \cdot M \cdot M \cdot M| = |M| \cdot |M| \cdot |M| \cdot |M| = |M|^4$

$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 2 - (2 + 1 - 4) = 5 - (-1) = 6$

c) $|TM^3T^{-1}| = |T| \cdot |M^3| \cdot |T^{-1}| = \cancel{|T|} \cdot |M|^3 \cdot \frac{1}{\cancel{|T|}} = 6^3$

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

$|T \cdot T^{-1}| = |I|$

$|T| \cdot |T^{-1}| = 1$

$|T^{-1}| = \frac{1}{|T|}$