

**MATEMÁTICAS II**  
**ÁLGEBRA**  
**PROBLEMA 18**

**JUNIO 2014 B**

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  y  $C = (-1 \ 1 \ 3)$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La matriz inversa  $A^{-1}$  de la matriz  $A$ . (3 puntos).
- La matriz  $X$  que es solución de la ecuación  $AX = BC$ . (4 puntos).
- El determinante de la matriz  $2M^3$ , siendo  $M$  una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale  $\frac{1}{2}$ . (3 puntos).

a)  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{\text{triangular}}{=} 1 \rightarrow \exists A^{-1}$

$Ad(A) = \begin{pmatrix} |1 & 1| & -|0 & 1| & |0 & 1| \\ -|1 & 1| & |0 & 1| & -|0 & 0| \\ |1 & 1| & -|1 & 1| & |1 & 1| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (Ad(A))^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   
*obtida con  $(Ad(A))^t$  porque  $|A|=1$*

b)  $X / AX = BC \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \cdot C \rightarrow X = A^{-1} \cdot B \cdot C$

$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+1+2 \\ 1+1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 6 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$   
 $3 \times 3 \quad 3 \times 1 \quad 3 \times 1 \quad 1 \times 3$

c)  $|2M^3| = 2^2 |M^3| = 4 |M|^3 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4/8 = 1/2$

Factor común 2 dos veces  
 por ser  $\dim M = 2 \times 2$