

Problema B.1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener razonadamente,

escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La justificación de que A tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa A^{-1} . (2+2 puntos)
 b) La justificación de que $A^4 = I$. (2 puntos)
 c) El cálculo de las matrices A^7 , A^{30} y A^{100} . (4 puntos)

$$a) |A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1(-1) = 1 \neq 0 \quad \exists A^{-1}$$

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow (Adj(A))^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A^{-1}$$

$|A|=1$

$$b) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$c) A, A^2, A^3, A^4, A^5, A^6, A^7, A^8, \dots$$

I, A, A^2, A^3, I, \dots
 resto 0, resto 1, resto 2, resto 3, resto 0, ... \leftarrow Cociente entre potencia y 4

$$A^7 = A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{30} = A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{100} = I$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad 4 \\ 3 \overline{) 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad 4 \\ 2 \overline{) 7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 4 \\ 25 \overline{) 0} \end{array}$$