

MATEMÁTICAS II
 ÁLGEBRA
 PROBLEMA 38

JUNIO 2019 B

Problema B.1. Se da el sistema $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los valores de α para los que el sistema es compatible y los valores de α para los que el sistema es incompatible. (4 puntos)
- b) Todas las soluciones del sistema cuando sea compatible. (4 puntos)
- c) La discusión de la compatibilidad y determinación del nuevo sistema deducido del anterior al cambiar el coeficiente 11 por cualquier otro número diferente. (2 puntos)

$$a) A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 9 & 11 & \alpha \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A$

$$|A| = 0 \quad (F_3 = F_1 + 2F_2)$$

$$\rightarrow \text{rg}(A) = 2 \quad \text{para todo valor de } \alpha$$

\rightarrow El sistema no puede ser S.C.D. para ningún valor de α

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 9 & 11 & \alpha \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & \textcircled{1} & 2 & -7 \\ 0 & 2 & 4 & \alpha - 29 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha - 14 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Si } \alpha - 14 = 0 \rightarrow \alpha = 14 \rightarrow \text{rg } A = \text{rg } A' = 2 \neq 3 = \text{ni incógnitas}$$

\rightarrow Por Rouché: S.C.I.

$$\Rightarrow \text{Si } \alpha - 14 \neq 0 \rightarrow \alpha \neq 14 \rightarrow \text{rg } A = 2 \neq 3 = \text{rg } A'$$

\rightarrow Por Rouché: S.I.

$$\text{Si } \alpha = 14 \rightarrow \text{S.C.I} \quad \text{Si } \alpha \neq 14 \rightarrow \text{S.I.}$$

$$b) \text{ Si } \alpha = 14 \rightarrow A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 9 & 11 & 14 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} x+y+z=4 \\ y+2z=-7 \end{array} \right\} z=\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$y = -7 - 2\lambda$$

$$x + (-7 - 2\lambda) + \lambda = 4 \rightarrow x = \lambda + 11$$

$$c) \left. \begin{array}{l} x+y+z=4 \\ 3x+4y+5z=5 \\ 7x+9y+hz=d \end{array} \right\} h \text{ valor} / h \neq 11$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 9 & h & d \end{array} \right)$$

A

$$|A| = 4h + 35 + 27 - (28 + 45 + 3h)$$

$$= -11 + h \stackrel{?}{=} 0 \rightarrow h = 11$$

$$\rightarrow |A| \neq 0 \text{ Si } h \neq 11$$

$$\rightarrow \text{El sistema ser\u00e0 SCD}$$

Si $h \neq 11$