

MATEMÁTICAS CCSS II
ÁLGEBRA
PROBLEMA 30

JUNIO 2017 B

Problema 1. Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2Y = A^t + B$$

$$X - Y = AB$$

donde A^t representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left. \begin{array}{l} X + 2Y = A^t + B \\ X - Y = AB \end{array} \right\}$$

$$-X + Y = -AB$$

$$\hline \text{sumo} \\ \hline / \quad 3Y = A^t + B - AB$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{3}(A^t + B - AB) = \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4-2+12 & 2-4+4 & 0-2+0 \\ 8+3+0 & -4+6+0 & 0+3+0 \\ 4+0+6 & -2+0+2 & 0+0+0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 11 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ -12 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2/3 & 1 \\ -4 & 1 & -2/3 \\ -1 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$X - Y = AB$$

$$X = AB + Y = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 11 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2/3 & 1 \\ -4 & 1 & -2/3 \\ -1 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4/3 & -1 \\ 7 & 3 & 7/3 \\ 9 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$