

MATEMÁTICAS CCSS II
 ÁLGEBRA
 PROBLEMA 35

JULIO 2018 A

Problema 1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y el vector } c = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

- a) Calcula el determinante de la matriz A y calcula A^{-1} . (2 + 4 puntos)
 b) Determina el vector x que verifica $Ax = B^t c$, donde B^t representa la matriz traspuesta de B. (4 puntos)

$$a) |A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 2 + 0 - (0 - 3 + 4) = 2 - 1 = 1 \neq 0 \quad \exists A^{-1}$$

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(Adj(A))^t = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \stackrel{\uparrow}{=} A^{-1}$$

$|A|=1$

$$b) Ax = B^t c$$

$$A^{-1} Ax = A^{-1} B^t c$$

$$x = A^{-1} \cdot B^t \cdot c$$

$$x = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2+1+6 \\ 4-2-3 \\ -2+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15+1+42 \\ 10+1+35 \\ 10+1+28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58 \\ 46 \\ 39 \end{pmatrix}$$