

MATEMÁTICAS CCSS II  
ÁLGEBRA  
PROBLEMA 42

JULIO 2020

Problema 4. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Halla la matriz inversa de  $A$ . (3 puntos)  
b) Explica por qué la matriz  $B$  no tiene inversa. (2 puntos)  
c) Razona por qué la matriz  $AB$  no tiene inversa. (2 puntos)  
d) Resuelve la ecuación matricial  $AB - AX = BA$ . (3 puntos)

a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = 4 - 5 = -1 \neq 0 \exists A^{-1}$

$$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow (\text{Adj}(A))^t = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

b)  $|B| = 4 - 4 = 0 \rightarrow \nexists B^{-1}$

c)  $|AB| = |A| \cdot |B| = -1 \cdot 0 = 0 \rightarrow \nexists (AB)^{-1}$

d)  $AB - AX = BA$

$$-AX = BA - AB$$

$$AX = -BA + AB$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}(-BA + AB) \quad (A^{-1} \text{ calculada en a)})$$

$$X = A^{-1}(-BA + AB) = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \left[ - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \left[ - \begin{pmatrix} 4+4 & 10+8 \\ 2+2 & 5+4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4+5 & 8+10 \\ 2+2 & 4+4 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} -8 & -18 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 18 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$