

MATEMÁTICAS CCSS II
ÁLGEBRA
PROBLEMA 44

SEPTIEMBRE 2020

Problema 4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- a) Calcula $(AB)^{-1}$. (4 puntos)
 b) Calcula $C + AB$. (2 puntos)
 c) ¿Son iguales las matrices $C^{-1} + (AB)^{-1}$ y $(C + AB)^{-1}$? (4 puntos)

$$a) A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+4-3 & 0+4-3 \\ -2+2-1 & 0+2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = M$$

$\underbrace{\quad\quad}_{2 \times 3} \quad \underbrace{\quad\quad}_{3 \times 2}$

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 - (-1) = 1 \neq 0 \quad \exists M^{-1}$$

$$\text{Adj}(M) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow (\text{Adj}(M))^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) C + AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$c) (C + AB)^{-1} = I^{-1} = I$$

$$C^{-1} + (AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Sí, son iguales

$$\left(\begin{array}{l} C^{-1}: |C| = 0 + 1 = 1 \\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Adj}(C) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{Adj}(C))^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = C^{-1} \end{array} \right)$$