

Problema 2. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calcula la inversa de la matriz $A - B$. (3 puntos)
 b) Calcula la matriz X de dimensión 2×3 , que satisface la ecuación $XA + C = XB$. (4 puntos)
 c) ¿Es posible hacer el producto BC ? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. ¿Es posible hacer el producto CB ? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. (3 puntos)

a) $(A-B)^{-1} \rightarrow A-B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad |A-B| = 6 \neq 0 \quad \exists (A-B)^{-1}$

$$\text{Adj}(A-B) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 6 & -4 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow (\text{Adj}(A-B))^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A-B)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $XA + C = XB$

$$XA - XB = -C$$

$$X(A-B) = -C$$

$$X(A-B)(A-B)^{-1} = -C(A-B)^{-1}$$

$$X = -C(A-B)^{-1}$$

$$\Rightarrow X = - \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= - \begin{pmatrix} 0+0+0 & 0-1+0 & 5-2+0 \\ 0+1/3+0 & 0-1/3+1 & 2-2/3+0 \end{pmatrix} =$$

$$= - \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1/3 & 2/3 & 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -1/3 & -2/3 & -4/3 \end{pmatrix}$$

c) $\dim(B) = 3 \times 3$

$$\dim(C) = 2 \times 3$$

$B \times C$ no se puede

$$\begin{matrix} 3 \times 3 & 2 \times 3 \\ \hline & \neq \end{matrix}$$

$C \times B$ sí se puede

$$\begin{matrix} 2 \times 3 & 3 \times 3 \\ \hline = \end{matrix}$$