

Problema 2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-9}$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

a) $x^2-9=0 \rightarrow x=\pm 3 \Rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

$x=0 \rightarrow y = \frac{1}{-9} \rightarrow (0, -1/9) \leftarrow \text{P. CORTE CON EJE Y}$

$y=0 \rightarrow 0 = \frac{x^2+1}{x^2-9} \rightarrow x^2+1=0 \quad \nexists \leftarrow \text{No hay p. corte con Eje X}$

b) Asíntotas horizontales

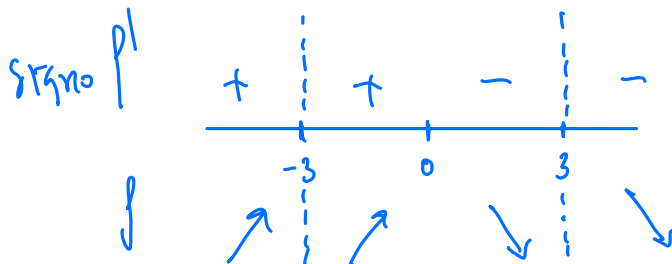
$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x^2-9} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-9} &= 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{A.H en } y=1$$

Asíntotas verticales

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+1}{x^2-9} &= \frac{10}{0} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+1}{x^2-9} &= \frac{10}{0} = \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{A.V. en } \begin{aligned} x &= -3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

c) d) $f'(x) = \frac{2x(x^2-9) - 2x(x^2+1)}{(x^2-9)^2} = \frac{2x^3 - 18x - 2x^3 - 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{-20x}{(x^2-9)^2} \stackrel{?}{=} 0$

$-20x = 0 \rightarrow x=0$



$x=0 \rightarrow y = -1/9$

CRECIENTE: $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$

DECRECIENTE: $(0, 3) \cup (3, +\infty)$

MÁXIMO: $(0, -1/9)$

e)

