

MATEMÁTICAS CCSS II
FUNCIONES
PROBLEMA 2

JUNIO 2010 B

Problema 2. La siguiente función representa la valoración de una empresa en millones de euros en función del tiempo, t , a lo largo de los últimos 13 años:

$$f(t) = \begin{cases} 5 - 0,1t & 0 \leq t < 5 \\ 4,5 + 0,05(t-5) & 5 \leq t < 10 \\ 4,75 + 0,1(t-10)^2 & 10 \leq t \leq 13 \end{cases}$$

Estudia analíticamente en el intervalo $[0,13]$:

- Si la función $f(t)$ es o no continua, indicando en caso negativo los puntos de discontinuidad.
- Instante t en el que la valoración de la empresa es máxima y dicha valoración máxima.
- Instante t en el que la valoración de la empresa es mínima y dicha valoración mínima.

a)

$$\lim_{t \rightarrow 5^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow 5^-} 5 - 0,1t = 4,5$$

$$\lim_{t \rightarrow 5^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow 5^+} 4,5 + 0,05(t-5) = 4,5$$

$$f(5) = 4,5 + 0,05(5-5) = 4,5$$

→ Continúa en $x=5$

$$\lim_{t \rightarrow 10^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow 10^-} 4,5 + 0,05(t-5) = 4,75$$

$$\lim_{t \rightarrow 10^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow 10^+} 4,75 + 0,1(t-10)^2 = 4,75$$

$$f(10) = 4,75 + 0,1(10-10)^2 = 4,75$$

→ Continúa en $x=10$

→ f es continua en su intervalo de definición: $[0,13]$

b) c) Representamos la función, los dos primeros tramos con tablas de valores (primer grado) y el tercer tramo con los valores de la función en los extremos y el cálculo del vértice:

$y = 5 - 0,1t$

t	y
0	5
5	4,5

$y = 4,5 + 0,05(t-5)$

t	y
5	4,5
10	4,75

$y = 4,75 + 0,1(t-10)^2 \rightarrow$ Vértice de esta parábola:

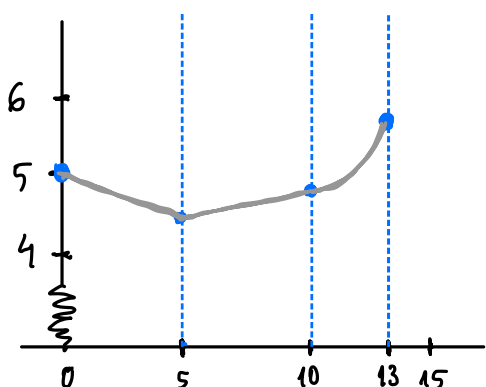
$$y = 4,75 + 0,1(t^2 - 20t + 100)$$

$$= 4,75 + 0,1t^2 - 2t + 10$$

$$= 0,1t^2 - 2t + 14,75$$

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{0,2} = 10 \rightarrow y = 4,75$$

$4,75 + 0,1 \cdot 9$
 $4,75 + 0,9 = 5,65$



→ En el instante $t=13$ la valoración es mínima con un valor de 5,65 millones de €

En el instante $t=5$ la valoración es máxima con un valor de 4,5 millones de €