

**Problema 2.** Sea la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ . Calcula:

- Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.

a) Asíntotas horizontales:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2-1} = \infty \quad (\text{gr. num} > \text{gr. denom.}) \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2-1} = \infty \quad (\text{gr. num} > \text{gr. denom.}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{No hay A.H.}$$

Asíntotas verticales:

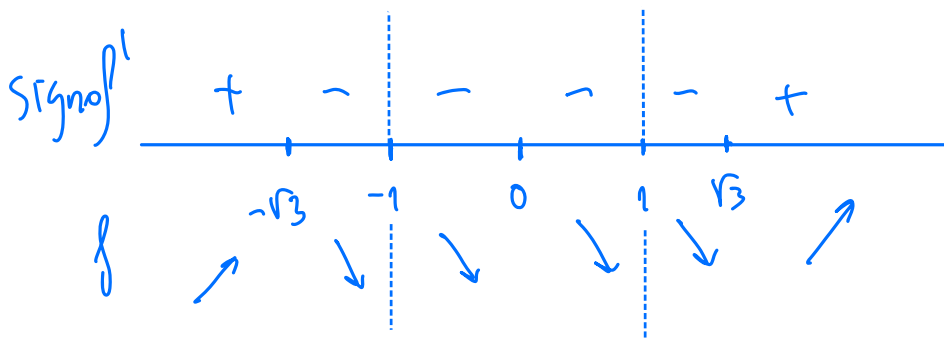
$$x^2-1=0 \rightarrow x = \pm 1 \quad \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

Posibles asíntotas verticales:  $x=1$   $x=-1$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{x^2-1} = \frac{1}{0} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3}{x^2-1} = \frac{-1}{0} = \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{A.V. en } \begin{matrix} x=1 \\ x=-1 \end{matrix}$$

b) c)  $f'(x) = \frac{3x^2(x^2-1) - x^3(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} \stackrel{?}{=} 0$

$$x^4 - 3x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$



CRECIENTE:  $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

DECRECIENTE:  $(-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \sqrt{3})$

MÁX:  $x = -\sqrt{3} \rightarrow y = \frac{(-\sqrt{3})^3}{3-1} = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$       MÁX:  $(-\sqrt{3}, \frac{-3\sqrt{3}}{2})$

MÍN:  $x = \sqrt{3} \rightarrow y = \frac{(\sqrt{3})^3}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$       MÍN:  $(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$

( $x=0$  es un punto de inflexión.)